GeoGebra è un software didattico "open source" di geometria dinamica dedicato all'insegnamento e all'apprendimento della matematica a tutti i livelli di istruzione: dalla scuola primaria all'università. In questa sezione proporremo alcuni semplici esempi creati alla LIM durante le lezioni di geometria che potranno essere visualizzate sul sito (per un primo approccio), anche se si suggerisce di scaricare gratuitamente il software (è possibile copiare, distribuire e trasmettere GeoGebra liberamente per scopi non commerciali) al link http://www.geogebra.org (collegamento esterno) ove si trovano anche guide, materiali e forum ad esso dedicati.

Per visualizzare gli esempi, selezionare i link riportati qui in alto a destra (la lista sarà aggiornata man mano che verranno creati nuovi esempi). Buon divertimento!

Riportiamo un esempio di unità di apprendimento che si esegue in seconda media: i punti notevoli di un triangolo. Se la classe dispone di LIM si può affrontare con questo interessante software di geometria dinamica. L'indiscutibile vantaggio di questi programmi è che quando si disegnano figure geometriche è possibile poi modificarle a piacere trascinando con il mouse (o con la penna della LIM) gli oggetti "liberi" verificando "sperimentalmente" l'esistenza delle proprietà. Questa verifica precede la rigorosa dimostrazione matematica.

Nota: gli oggetti "liberi" sono quelli che posso liberamente trascinare (ed es. i tre vertici dei triangoli) mentre quelli "dipendenti" non si possono muovere liberamente ma sono vincolati dalle proprietà che li hanno generati (ad esempio un punto medio, un asse, una bisettrice, i punti notevoli... si muovono solo se muovo gli oggetti a cui sono vincolati).

I punti notevoli di un triangolo: l'ortocentro

L'ortocentro è il punto intersezione delle tre altezze di un triangolo. Esso è interno se il triangolo è acutangolo, giace sul vertice dell'angolo retto se il triangolo è rettangolo ed è infine esterno se il triangolo è ottusangolo. Prova a trascinare i tre vertici A,B e C per verificarlo...

I punti notevoli di un triangolo: il baricentro

Il baricentro è il punto intersezione delle tre mediane del triangolo. Esso, da un punto di vista fisico, è il punto di equilibrio del triangolo ed è pertanto sempre interno ad esso. Il baricentro ha la proprietà di dividere ciascuna mediana in due segmenti tali che quello contenente il vertice è sempre il doppio dell'altro: nella figura vedi che GB=2GM (per brevità si riportano le misure riferite ad una stessa mediana, ma ricorda che sarà anche AG=2GM' e CG=2GM").

I punti notevoli di un triangolo: l'incentro

L'incentro è il punto intersezione delle tre bisettrici degli angoli interni del triangolo. Esso cade sempre interno ed è il centro della circonferenza... "inscritta" al triangolo. L'incentro ha dunque la proprietà di trovarsi sempre equidistante dai tre lati del triangolo (DE=DF=DG=raggio cfr inscritta).

I punti notevoli di un triangolo: il circocentro

Il circocentro è il punto intersezione dei tre assi di ciascun lato di un triangolo. Prova a modificare la figura dinamicamente trascinando i tre vertici A,B,D. Vedi in particolare cosa succede al baricentro se il triangolo è rettangolo ovvero ottusangolo. Perché si chiama circocentro? Rifletti sulla circonferenza... "circoscritta" al triangolo. Dove ha il suo centro?

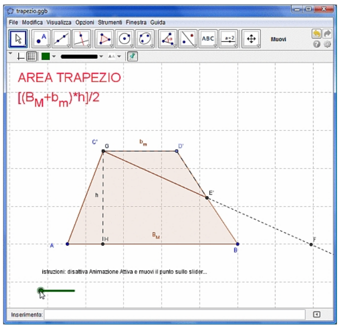
Concludiamo l'unità con un'esercitazione finale: disegniamo con Geogebra un nuovo triangolo e determiniamone rispettivamente il baricentro G, l'ortocentro O e il circocentro C. Cosa osserviamo? Sono sempre allineati (tranne quando il triangolo diventa equilatero, dove tutti i punti notevoli compreso l'incentro, sono coincidenti in un unico punto detto CENTRO) e la retta che li contiene viene detta "Retta di Eulero".

Scarica file originali sul tuo computer e aprili con GeoGebra :

ortocentro , baricentro , incentro , circocentro , retta di Eulero

Riportiamo un esempio di equicomposizione a seguito di movimento rigido (isometria) di rotazione: l'area del trapezio. In questo caso abbiamo usato un artificio possibile con GeoGebra ovvero uno "slider" (riportato a sinistra in basso di colore verde) che consiste in un segmento con sopra un punto mobile che permette una rotazione proporzionale del triangolo da 0° a 180°.

In particolare verifichiamo (vedere animazione gif) che il trapezio è equivalente al triangolo (di fine animazione) che ha per altezza la medesima del trapezio e per base la somma delle basi del trapezio...

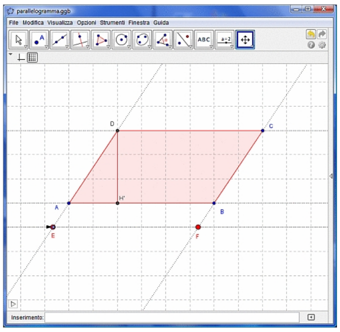


Scarica il file originale sul tuo computer e aprilo con GeoGebra :

[Area del trapezio]

Altro esempio di equicomposizione: l'area del parallelogramma. Questa volta usiamo come isometria la traslazione (del triangolo rettangolo AH'D con vettore di traslazione applicato in A e con modulo di lunghezza AB) verifichiamo che il parallelogramma ABCD è equivalente al rettangolo HH'CD. Passando alle misure, ne consegue che l'area del parallelogramma è uguale a quella del rettangolo ossia A=b·h.

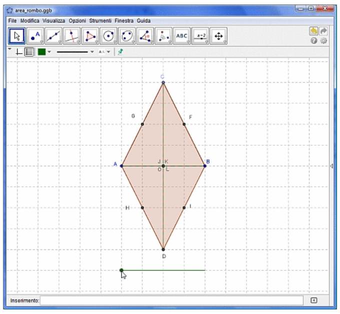
Suggerimento: Nel file originale, muovi il punto blu e autocomponi il vettore da E a F.

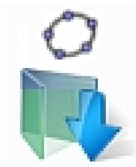


Scarica il file originale sul tuo computer e aprilo con GeoGebra :

Area del parallelogramma

Altro esempio: l'area del rombo A=D·d/2 (dove D:diagonale maggiore e d:diagonale minore). Verifichiamo sempre con lo slider (vedere animazione gif) che il rombo ACBD è equivalente alla metà del rettangolo JKLO, attraverso una rotazione dei quattro triangoli rettangoli congruenti (che compongono il rombo) attorno al punto medio delle rispettive ipotenuse. Passando alle misure, la sua area sarà dunque la metà del prodotto delle diagonali (congruenti alla base ed altezza del rettangolo).



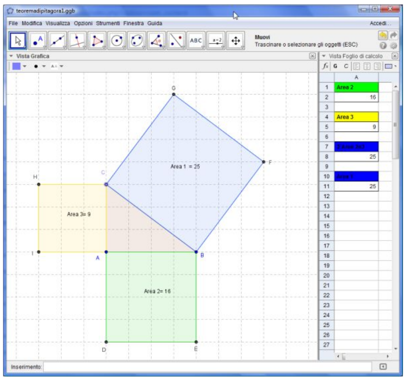


Scarica il file originale sul tuo computer e aprilo con GeoGebra :

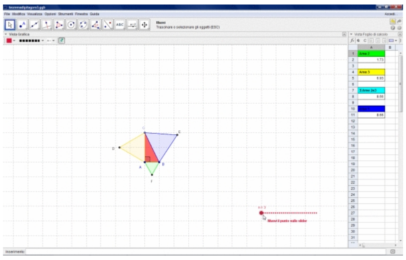
[Area del rombo]

Un tema fondamentale: il teorema di Pitagora

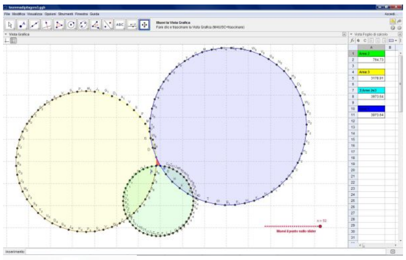
Enunciamo il teorema di Pitagora: “il quadrato costruito sull’ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti”. Scarica questo file (dal link sottoriportato) e prova a muovere i punti A,B e C per verificare l'equivalenza.



L'enunciazione con in quadrati è tuttavia un caso particolare, in quanto la relazione di Pitagora vale anche se sui cateti e sull'ipotenusa costruiamo altri poligoni regolari (triangoli equilateri, pentagoni regolari, esagoni regolari, ecc… dove, come sai, per “regolare” si intendono poligoni che siano simultaneamente “equilateri” ed “equiangoli”). Verifichiamolo sperimentalmente con GeoGebra (vedere animazione) dove possiamo associare il numero di lati di poligoni regolari ad uno slider, e verificare, nel foglio di calcolo a destra associato alle aree dei poligoni, che la relazione di equivalenza rimane invariata (ossia che l'area del poligono di n lati costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei poligoni di n lati costruiti sui cateti).



Aumentando il numero di lati (lo slider è stato configurato da n=3 a n=50, ma è possibile cambiare queste impostazioni una volta scaricato il file riportato sotto), possiamo porci la seguente domanda: se aumento i lati all'infinito, a che figura geometrica si tende.... al cerchio? Vale anche per lui la relazione di equivalenza? Ebbene, si.



Scarica il file originale sul tuo computer e aprilo con GeoGebra : Teorema di Pitagora Sua generalizzazione

[illegible]

Scarica il file originale sul tuo computer e aprilo con GeoGebra : primo teorema di Euclide

[illegible]

Scarica il file originale sul tuo computer e aprilo con GeoGebra : secondo teorema di Euclide